

Океан знаний 2022 – 2023

**Математика
Отборочный тур**

Задание 1. Максимальный балл – 1.

На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K так, что $CK = 2AK$. Оказалось, что $AK = BK$. Найдите $\angle CBK$.

Задание 2. Максимальный балл – 1.

Три друга – Гена, Сергей и Лев, - преподают математику, физику и литературу в школах Владивостока, Москвы и Калининграда. Гена работает не в Москве, Сергей – не во Владивостоке, владивостоковец преподаёт литературу, москвич – не физику, Сергей – не математику. Какой предмет преподаёт Лев?

Варианты ответа:

1. математику
2. физику
3. литературу

Задание 3. Максимальный балл – 1.

В треугольнике ABC стороны $AB=15$, $AC=30$. Из точки D на стороне AB проведена к AC прямая DF так, что угол ADF равен углу ABC. Найдите длину отрезка AF, если известно, что длина AF больше длины AD на 5.

Задание 4. Максимальный балл – 1.

Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова «телеграмма»? Под словом понимается любая последовательность букв.

Задание 5. Максимальный балл – 1.

Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из множества $\{1, 2, \dots, 2023\}$ так, чтобы сумма никаких двух чисел из выбранных не делилась на их разность?

Задание 6. Максимальный балл – 1.

Найдите сумму целых чисел, удовлетворяющих неравенству

$$\left| \frac{2}{x-13} \right| > \frac{8}{9}.$$

Задание 7. Максимальный балл – 1.

Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 10, а острый угол равен $\arcsin \frac{3}{5}$. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом равным $\operatorname{arctg} 5$. Найдите объём пирамиды.

Задание 8. Максимальный балл – 2.

Найдите остаток от деления числа $10^{10} + 10^{100} + \dots + 10^{10\,000\,000\,000}$ на 7.

Задание 9. Максимальный балл – 2.

При каком значении a корни уравнения $x^4 - 10x^2 + a = 0$ образуют арифметическую прогрессию?

Задание 10. Максимальный балл – 2.

Найдите наименьший корень уравнения

$$\sin \frac{\pi x}{2} = \frac{2x}{|x|} - 1.$$