

ЗАДАЧИ

1. Имеется 5 флажков: синий, белый, красный, оранжевый и зелёный. Для сообщения на мачте вывешивается 4 флажка. Имеют значения не только цвета флажков, но и порядок в котором они вывешены сверху вниз. Сколько различных сообщений можно закодировать с участием синего флажка?

2. Сумма положительных чисел a, b, c равна $\frac{\pi}{2}$. Докажите, что $\cos a + \cos b + \cos c > \sin a + \sin b + \sin c$.

3. Найдите наибольший корень уравнения $\{5\{4\{3\{2\{x\}\}\}\}\} = x$, где $\{a\} = a - [a]$ – дробная часть числа a , а $[a]$ – целая часть числа a ,

4. От двух кусков сплава с различными содержаниями меди и массой m и n кг отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное меди в обоих полученных кусках стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?

5. Найдите все значения параметра a такие, что неравенство $|9\cos 2x - 6(a - 2)\sin x + 2a - 4| \leq 9$ верно при всех значениях переменной x .

6. Найдите число решений системы
$$\begin{cases} (xy)^{1,5} + 1 = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}, \\ y^2 + 100 = 10x(2^x + 2^{-x}) \end{cases}$$

7. Расшифруйте высказывание основателя Московского университета, первого русского учёного-естествоиспытателя мирового значения. Опишите правило, по которому одни буквы алфавита заменены другими.

С ъ л н д п с д х м о л ы э н ъ п о ъ п а м н м э ц а п о ъ р ы р у ъ э я ъ м.

Т. Э. У р т р с р н р э

8. Наименьшее общее кратное натуральных чисел a, b, c и d равно $a + b + c + d$. Докажите, что $abcd$ делится на 3 или на 5 (или на то и другое).

9. В прямоугольном треугольнике ABC высота CH опущена из вершины прямого угла C , r_1 – радиус окружности, вписанной в $\triangle ACH$, r_2 – радиус окружности, вписанной в $\triangle BCH$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

10. Дан прямоугольник со сторонами $2\sqrt{3}$ и $\frac{1}{2}$. Сложите из него поверхность правильного единичного тетраэдра.