Гидравлика, инженерная гидрология

DOI: <http://www.dx.doi.org/10.24866/2227-6858/2019-4-16>
УДК 627.824; 532.531; 532.533

Н.В. Земляная, В.А. Шаланин

ЗЕМЛЯНАЯ НИНА ВИКТОРОВНА – д.т.н., профессор, SPIN 8548-7560, AuthorID 326670, ScopusID 6602528786, e-mail: nina-z@list.ru
ШАЛАНИН ВИКТОР АЛЕКСАНДРОВИЧ – старший преподаватель, SPIN 2018-0845, AuthorID 846730, ScopusID 57204209745, e-mail: vic_stro_@mail.ru
Кафедра инженерных систем зданий и сооружений Инженерной школы
Дальневосточный федеральный университет
Суханова ул., 8, Владивосток, Россия, 690091

Применение принципа минимума кривизны для расчета форм криволинейных водосливных поверхностей

Аннотация: Основой существующих методов профилирования верховой части водосливных оголовков водосбросных сооружений являются различные эмпирические зависимости. В предлагаемой работе для определения основных характеристик (профиля водосливов и дальности полета струи) применяется вариационный принцип наименьшего действия, позволивший рассчитать указанные характеристики без использования эмпирических коэффициентов. Результаты теоретических исследований сопоставляются с данными численного эксперимента для плоской задачи падения жидкости с уступа. Лабораторный эксперимент используется при сопоставлении теории и опыта для истечения с уступа круглого и треугольного поперечных сечений. Также для верификации теоретического подхода полученные зависимости сравниваются с существующими эмпирическими методами расчета дальности полета и нижней поверхности свободных струй, верховой части криволинейной поверхности водосливов практического профиля, в том числе водосливов с горизонтальным гребнем. Результаты сравнения показали состоятельность предложенного теоретического решения, возможность его применения в практических расчетах для широкого круга водосбросных устройств.
Ключевые слова: ANSYS, Fluent, численное моделирование, принцип наименьшего действия, водосливы, модель турбулентности, прямой вариационный метод Ритца.

Введение

В практике проектирования водосливов гидротехнических и мелиоративных сооружений, сооружений систем водоснабжения и водоотведения одной из важных задач является определение профиля криволинейной водосливной поверхности.

Рекомендованные к практическому применению методы профилирования изложены в известных фундаментальных работах П.Г. Киселева и Р.Р. Чугаева [7, 9]. Эти обобщающие методы были получены на основании исследований А. Базена (Н. Basin), А.С. Офицера, Г.Т. Дмитриева, А.П. Гурьева, Н.П. Розанова, В.П. Кригера и других авторов [1, 6–9]. Обзор методов построения профилей свободных струй представлен в диссертационной работе [11].

Экспериментальные исследования авторов, указанных выше, проведенные, несомненно, с большой точностью, требовали для определения, например дальности полета струи, предварительного знания таких величин, как коэффициент расхода, глубина потока в верхнем бьефе H (рис. 1), скорость и глубина потока на пороге водослива. Значения опытных ко-

эффективных, определяющих соотношение указанных величин, лежат в достаточно больших пределах. В частности, отношение H/h колеблется в диапазоне от 1,5 до 2 [1, 10]. Сложившаяся ситуация являлась следствием отсутствия теоретической гипотезы, удовлетворительно отвечающей экспериментальным данным. Указанные обстоятельства послужили мотивацией дальнейшего использования принципа наименьшего действия, обеспечившего полное совпадение теории и эксперимента при расчетах водослива с широким порогом, для определения параметров, мало зависящих от напряжения трения.

Проектирование криволинейных поверхностей водосливов состоит из расчета дальности полета струи, формы верхней части водосливной поверхности и кривой сопряжения водослива с дном. Верхняя часть водосливной поверхности конструируется на основании обобщенных экспериментальных данных по форме нижней поверхности струи, образующейся при истечении потока жидкости через рассматриваемое сооружение.

Цель настоящего исследования – применение принципа наименьшей кривизны, являющегося интерпретацией вариационного принципа наименьшего действия [12], для построения верховой части профиля криволинейных водосливных поверхностей водосбросных сооружений и дальности полета струи.

Сравнение расчетных данных, полученных с применением принципа минимума кривизны, проводилось:

- 1) с данными численного моделирования подструйного пространства свободной струи на примере падения потока жидкости в перепадном колодце с водобойной частью и существующим методом расчета параболы водосливов перепадных колодцев практического профиля;
- 2) с данными экспериментальных исследований формы подструйного пространства свободной струи для водосливов с горизонтальным участком на гребне круглого и треугольного поперечных сечений;
- 3) методами расчета координат криволинейной водосливной поверхности водосливов практического профиля с горизонтальным участком на гребне.

Описание теоретического исследования

Для определения дальности полета струи использовались результаты расчетов динамических и кинематических характеристик водосливов, определенные на основе принципа наименьшего действия в наших работах [2, 10]. Результаты этих исследований были экстраполированы на водосбросные устройства с горизонтальным участком.

В практике гидравлических расчетов дальность полета струи L находится из уравнения траектории материальной точки, имеющей начальную скорость v_0 [9]:

$$L = v_0 \sqrt{\frac{2Z}{g}}, \quad (1)$$

где $Z = P + h/2$, h – глубина потока на пороге водослива, g – ускорение силы тяжести, P – высота уступа.

Скорость v_0 находится в случае истечения через водослив по формуле

$$v_0 = \varphi \sqrt{2gZ}. \quad (2)$$

Для расчетов по формуле (1) для водослива с широким порогом необходимо знать три опытных коэффициента – коэффициент скорости φ (или коэффициент расхода m), глубину на пороге водослива h и отношение (k) глубины потока на водосливе h к полному напору над порогом водослива $H_0 = (H + v_{\text{вх}}^2/2g)$ (рис. 1):

$$k = \frac{h}{H + v_{\text{вх}}^2/2g}, \quad (3)$$

где $v_{\text{вх}}$ – скорость воды в верхнем бьефе.

Рис. 1. Схема падения потока жидкости с водослива с широким порогом и с гребня водослива с тонкой стенкой, xOy – выбранная система координат.

Принцип наименьшего действия позволяет определить без использования эмпирических коэффициентов глубины Z , h и скорость v_0 [2, 3]. Это дает возможность после соответствующих подстановок в формулу (1) получить зависимость для дальности полета струи:

$$L = 1,78q^{1/3}Z^{1/2}g^{1/6}, \quad (4)$$

где q – удельный расход, m^2/s .

При практическом использовании формулы (1) экспериментальным путем было установлено, что расчетная дальность полета соответствует опытной, если коэффициент $k = 0,5$, а коэффициент $m = 0,35$ [9]. Принцип наименьшего действия дает для величины k такое же значение [2, 9], для величины $m = 0,353$. Значения коэффициентов хорошо согласуются, что позволяет считать зависимость (4) соответствующей экспериментальным данным. Кроме зависимости (1), представленной в монографии Р.Р. Чугаева [9], дальность полета струи может быть определена по экспериментальным соотношениям работы [8]:

$$L = \frac{4}{3} \sqrt{H_0 \left(P + \frac{H_0}{3} \right)}. \quad (5)$$

Для использования формулы (5), так же как и формулы (1), необходимо знание величин H , m и v_{ex} , значения которых необходимо определять экспериментально.

В наших предыдущих работах для решения задач истечения через водосливы использовался прямой метод Ритца, который требует формирования функционала, подлежащего оптимизации. В данном исследовании в качестве функционала используется полиномиальное уравнение второй степени, удовлетворяющее граничным условиям задачи. Основа подхода – интерпретация вариационного принципа минимума кривизны [4, 5], разработанная и примененная ранее для расчета водосливной поверхности низконапорного водосброса [3].

В качестве аналитической функции выбрано полиномиальное уравнение второй степени, выписанное в безразмерных переменных:

$$\frac{x}{P} = \bar{x} \quad \frac{y}{P} = \bar{y} \quad \frac{l}{P} = K \quad \frac{L}{P} = \bar{L}, \quad (6)$$

где x , y – горизонтальная и вертикальная координаты струи (для выбранной системы координат xOy), $\bar{x}$, $\bar{y}$ – безразмерные координаты струи, величина P заранее известна.

Полиномиальное уравнение 2-й степени имеет вид:

$$\bar{y} = \frac{y}{P} = a \left(\frac{x}{P} \right)^2 + \frac{b \cdot x}{P} + c = a \cdot \bar{x}^2 + b \cdot \bar{x} + c, \quad (7)$$

где a , b , c – коэффициенты уравнения, которые необходимо определить.

Герц показал, что точка при движении стремится уменьшить кривизну своей траектории до минимального значения, допускаемого связями. Исходя из этого принципа, необхо-

димо сформировать уравнение кривизны для функции (7), определить ее минимум, и при заданных граничных условиях получить значения коэффициентов уравнения (7). Реализация последнего подхода не дала положительных результатов в связи с тем, что минимизировать уравнения кривизны полиномиального уравнения невозможно, так как задача не имеет решения.

В связи с указанным обстоятельством принцип Герца был применен в следующей интерпретации: минимальную кривизну имеет прямая линия, следовательно, при стремлении потока реализовать движение с траекториями минимальной кривизны с допускаемыми связями любая кривая будет стремиться к прямой. В таком случае минимизировать следует разницу между полиномиальным уравнением второй степени и прямой линией [3], с учетом граничных условий:

при $\bar{x} = 0, \frac{y}{P} = 1, \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = 0$.

Решение задачи позволяет получить значения коэффициентов полиномиального уравнения:

$$a = \frac{-1}{L^2}, b = 0, c = 1. \quad (8)$$

Подставляя коэффициенты (8) в (7), получим уравнение для определения формы подструйного пространства струи при падении потока с уступа в безразмерной форме:

$$\bar{y} = a\bar{x}^2 + b\bar{x} + c = 1 - \frac{\bar{x}^2}{L^2}. \quad (9)$$

Полученное выражение соответствует условиям на границах (при $x = 0, y = P$ и при $y = 0, x = L$) и в явном виде не содержит каких-либо кинематических характеристик потока жидкости. Влияние скорости и глубины потока на сходе с гребня сооружения учитывается посредством определения дальности полета струи, формула (4).

Результатом решения задачи о построении профиля падающей струи является универсальный метод определения кратчайшей траектории движения, не зависящий от его вида. Таким образом, задача полностью сведена к геометрической, при условии сохранения двух основных условий.

1. Плавное сопряжение потока в точке отсчета (равенство нулю первой производной в начале координат $\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = 0$).

2. Стремление траектории потока к прямой (прямолинейность нарушают граничные условия и связи, наложенные на систему).

Экспериментальные исследования

Для проведения физического эксперимента в гидравлический канал прямоугольного сечения устанавливались водосливы с горизонтальным участком на гребне круглого и треугольного сечений. Водослив имеет размеры: для круглого поперечного сечения – радиус 0,05 м, длина 0,21 м, высота 0,11 м; для треугольного сечения: ширина 0,1 м, длина 0,21 м, высота 0,1 м и угол выреза 60°. Входные и выходные ребра водосливов вертикальные.

В численном эксперименте проводилось компьютерное моделирование плоской задачи движения потока жидкости с горизонтального уступа в водобойном колодце. Исследование осуществлялось в программном комплексе ANSYS Workbench, с использованием программного модуля ANSYS Fluent. В численном эксперименте применена модель турбулентности REALIZABLE, семейства $k-\varepsilon$. Для математического описания потока с наличием поверхности тангенциального разрыва использована математическая модель VOF (Volume of fluid) [14, 15]. Численное решение задачи в программе ANSYS Fluent достигнуто решением группы дифференциальных уравнений, включающих в себя уравнение неразрывности, уравнения для переноса кинетической энергии турбулентности (k) и скорости ее диссипации (ε), а также уравнение неразрывности для границы раздела сред.

Результаты экспериментов

Результаты численного и лабораторных экспериментов, сравнение с результатами теоретических расчетов по принципу минимума кривизны представлены в безразмерном виде на рис. 2. Сравнение результатов, полученных исходя из принципа минимума кривизны с различными методами расчета криволинейных водосливных поверхностей водосливов с горизонтальным гребнем, представлены в безразмерном виде на рис. 3, сравнение с методами расчета водосливной поверхности криволинейных водосливов практического профиля – на рис. 4.

Рис. 2. Сравнение данных численного и лабораторного экспериментов с результатами, полученными на основе принципа минимума кривизны:

— результаты расчетов по принципу минимума кривизны;

• результаты численного эксперимента при расходе:

0,1 м³/с, ▲ – 0,2 м³/с, □ – 0,3 м³/с; — 0,4 м³/с; ■ – 0,5 м³/с;

результаты лабораторного эксперимента для водослива с горизонтальным гребнем круглого поперечного сечения при расходе:

0,00046 м³/с, Δ – 0,00116 м³/с, × – 0,00158 м³/с, Ж – 0,00215 м³/с, результаты лабораторного

эксперимента для водослива с горизонтальным гребнем треугольного поперечного сечения при расходе: 0,00046 м³/с, ♦ – 0,00116 м³/с, ◇ – 0,00158 м³/с.

Рис. 3. Сравнение существующих методов расчета криволинейных водосливных поверхностей водосливов с горизонтальным гребнем и результатов, полученных на основе принципа минимума кривизны. Результаты расчетов:

— по принципу минимума кривизны, ▲ – по координатам водосливной поверхности для водосливных ГЭС с плоским гребнем [6], ■ – по «Рекомендациям по гидравлическому расчету водосливов», исследованиям А.П. Гурьева и по экспериментальным данным В.П. Кригера [1]; • – по экспериментальным координатам А. Базена [1].

Рис. 4. Сравнение существующих методов расчета криволинейных водосбросных поверхностей водосливов практического профиля и результатов, полученных на основе принципа минимума кривизны (ПНК). Результаты расчетов:
 — по принципу минимума кривизны; ■ – по методу расчета U.S. Army Corps Engineers для вертикального и наклонного входных ребер [13]; × – по методу расчета ТУИН, МЭС СССР [7]; ○ – по данным Кригера–Офицера [7]; + – по данным Кригера [7]; ◊ – по данным Г.Т. Дмитриева [7].

Во всех рассмотренных примерах полученные нами теоретические зависимости адекватно описывают экспериментальные данные и могут быть рекомендованы для практических расчетов.

На основе принципа наименьшего действия, как известно, были выведены дифференциальные уравнения движения невязкой жидкости [12]. Следовательно, зависимости, полученные в данной работе, применимы для случаев, в которых можно пренебречь силами трения. Существенные силы трения могут возникать при сильной аэрации струи, влияние которой наблюдается при числах Фруда (Fr) больших 30 [7]. На пороге водослива по всем гипотезам, в том числе и предложенной в нашей работе, число Fr не превышает единицы. Очевидно, данным фактом объясняется независимость формы и дальности полета струи во всех экспериментах, представленных выше, от этого числа. Ограничение метода расчета может быть связано только с формой гребня сбросного устройства (рис. 1). Для водослива с тонкой стенкой расстояние до точки А необходимо определять опытным путем или путем специальных исследований.

Выводы

Проведенное исследование показало успешность применения вариационного принципа минимума кривизны в предложенной нами интерпретации для расчетов параметров струи и решения задачи профилирования водосливной поверхности верховой части водосливных оголовков водосливов практического профиля. Правильность принятой гипотезы подтверждают данные численного эксперимента для плоской профильной задачи падения струи с вертикального уступа и данные лабораторных экспериментов для падения с вертикального уступа круглого и треугольного поперечных сечений. Сравнение представленного метода расчета с методами профилирования верховых водосливных поверхностей водосливов с горизонтальным гребнем и практического профиля по данным различных отечественных (А.С.

Офицера, Г.Т. Дмитриева, ТУиН МЭС СССР, А.П. Гурьева) и зарубежных авторов и организаций (U.S. Army Corps Engineers, Bureau of Reclamation) показало правильность и практическую применимость разработанного метода при решении технических задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурьев А.П. Теоретическое, экспериментальное и расчетное обоснование параметров шахтных водосбросов и их конструктивных элементов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Моск. гос. ун-т природообустройства. М., 2013. 46 с.
2. Земляная Н.В., Шаланин В.А. Применение вариационного принципа наименьшего действия для расчета уровней воды в водохранилищах // Вопросы современных технических наук: свежий взгляд и новые решения: сб. науч. тр. по итогам междунар. науч.-практ. конф. Владивосток: ИЦРОН, 2015. С. 73–77.
3. Земляная Н.В., Шаланин В.А. Применение принципа минимума кривизны для расчета формы криволинейной водосливной поверхности низконапорных водосбросных сооружений // Вестник Инженерной школы ДВФУ. 2018. № 1(34). С. 83–90. URL: <https://www.dvfu.ru/vestnikis/archive-editions/1-34/10/> (дата обращения: 25.07.2019).
4. Морс М. Вариационное исчисление в целом / пер. с англ. Л.Б. Вертгейма; под ред. И.А. Тайманова. М.: [б. и.]; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2010. 510 с.
5. Полак Л.С. Вариационные принципы механики. Их развитие и применения. Изд. 2-е. М.: Либроком, 2010. 600 с.
6. Слиссский С.М. Гидравлика зданий гидроэлектростанций. М.: Энергия, 1970. 424 с.
7. Справочник по гидравлическим расчетам / под ред. П.Г. Кисилева; перераб. и доп. репр. изд. М.: Эколит, 2011. 312 с.
8. Ухов Б.В., Гусев А.А. Гидравлика. М.: Изд-во ИНФРА-М, 2010. 432 с.
9. Чугаев Р.Р. Гидравлика. М.: Бастет, 2008. 672 с.
10. Шаланин В.А., Федоренко С.В. Оценка влияния условий сброса на пропускную способность водосливов // Безопасность жизнедеятельности. 2016. № 5. С. 23–28.
11. Шривастав Ракеш. Гидравлическое обоснование эксплуатационных методов оценки пропускной способности водослива практического профиля с плоскими затворами: дис. ... канд. техн. наук. М., 2000. 267 с.
12. Berdichevsky V.L. Variational principles of continuum mechanics. Vol. 1. Fundamentals. 2009. 583 p. DOI:10.1007/978-3-540-88469-9
13. Bos M.G. Discharge measurement structures. Wageningen, International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), 1989, 463 p.
14. Ju J., Liu S., Yang X. The application of Fluent software on discharge engineering. J. Hydroelectric Engineering. 2009(2):110–114.
15. Mu Zhenwei, Zhang Zhiyan, Zhao Tao. Numerical Simulation of 3-D flow field of Spillway based on VOF method. Intern. Conference on Modern Hydraulic Engineering. Procedia Engineering. 2012(28):808–812. Doi:10.1016/j.proeng.2012.01.814.

DOI: <http://www.dx.doi.org/10.24866/2227-6858/2019-4-16>

Zemljanaja N., Shalanin V.

NINA ZEMLJANAJA, Doctor of Engineering Sciences, Professor, SPIN 8548-7560,
AuthorID 326670, ScopusID 6602528786, e-mail: nina-z@list.ruVIKTOR SHALANIN, Senior Lecturer, SPIN 2018-0845, AuthorID 846730,
ScopusID 57204209745, e-mail: vic_stro_@mail.ruDepartment of Engineering Systems of Buildings and Structures, School of Engineering
Far Eastern Federal University
8 Sukhanova St., Vladivostok, Russia, 690091

Application of the principle of minimum curvature for calculating the curvilinear shapes of spillway surfaces

Abstract: Various empirical dependencies constitute the basis of the existing methods for profiling the upper part of the spillway crest. In order to solve this problem, the article applies the variation principle of least action, which allowed obtaining the range of the water jet and the spillway's profile without using empirical coefficients. The results of theoretical studies are compared with the data of a numerical experiment for the flat problem of a flow falling from a ledge and laboratory for a ledge with round and triangular cross sections. To verify the theoretical approach, the obtained dependences are compared with existing methods for calculating the lower surface of free water jets, as well as the upper part of the curved spillway surface of spillways with a horizontal ridge and a practical profile. Comparison results of the above methods with experimental data showed the consistency of the proposed theoretical solution, the practical applicability of the developed method in solving design problems of constructing the profiles of overflow heads.

Keywords: ANSYS, Fluent, numerical simulation, principle of least action, broad-crest spillway, ogee spillway, $k-\varepsilon$ turbulence model, Ritz direct variational method.

REFERENCES

1. Gur'ev A.P. Theoretical, experimental and calculated justification of the parameters of mine spillways and their structural elements: avtoref. dis. ... D-ra Tekhn. Nauk. Mosk. Gos. Un-t Prirodoo-bustrojstva. M., 2013, 46 p.
2. Zemlyanaya N.V., Shalanin V.A. Application of the variational principle of least action for calculating water levels in reservoirs. Questions of modern technical sciences: a fresh look and new solutions: collection of scientific papers following the results of a scientific and practical conference. Vladivostok, ICRON, 2015, p. 73–77.
3. Zemlyanaya N.V., Shalanin V.A. Application of the principle of minimum curvature for calculating the shape of the curved spillway surface of low-backwater spillway structures. FEFU: School of Engineering Bulletin. 2018;1(34):83–90. URL: <https://www.dvfu.ru/vestnikis/archive-editions/1-34/10-25.07.2019>.
4. Mors M. Calculus of variations in general. Translated from english. L.B. Vertgejma, ed. I.A. Tajmanova. M., Izhevsk, In-t komp'yuternyh issled., 2010, 510 p.
5. Polak L.S. Variational principles of mechanics. Their development and applications. Edition 2. M., Librokom, 2010, 600 p.
6. Slisskij S.M. Hydraulics of hydropower buildings. M., Energiya, 1970, 424 p.
7. Handbook of hydraulic calculations. Ed. P.G. Kisileva. M., Ekolit, 2011, 312 p.
8. Ukhov B.V., Gusev A.A. Hydraulics. M., INFRA-M Publishing House, 2010, 432 p.
9. Chugaev R.R. Hydraulics. M., Izd-vo Bastet, 2008, 672 p.

10. Shalanin V.A., Fedorenko S.V. The Influence Estimation of Spillage Conditions on Throughput of Spillways. *Life safety*. 2016;5:23–28.
11. Shrivastav Rakesh. Hydraulic justification of operational methods for assessing the throughput of a weir of practical profile with flat gates: dis ... *Cand. Tekhn. Nauk. M.*, 2000, 267 p.
12. Berdichevsky V.L. Variational principles of continuum mechanics. Vol. 1. Fundamentals, 2009, 583 p. DOI:10.1007/978-3-540-88469-9
13. Bos M.G. Discharge measurement structures. Wageningen, International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), 1989, 463 p.
14. Ju J., Liu S., Yang X. The application of Fluent software on discharge engineering. *J. Hydroelectric Engineering*. 2009(2):110–114.
15. Mu Zhenwei, Zhang Zhiyan, Zhao Tao. Numerical Simulation of 3-D flow field of Spillway based on VOF method. *Intern. Conference on Modern Hydraulic Engineering. Procedia Engineering*. 2012(28):808–812. Doi:10.1016/j.proeng.2012.01.814.